Nakladnički niz
ŠILOBOD

Anđelko Marić

PUT DO MATEMATIČKOG OLIMPA - 6

dodatna nastava i matematička natjecanja

Zbrika riješenih zadataka
za šesti razred osnovne škole

Prvo izdanje
Zagreb 2008.

Za izdavača
Đurđica Salamon Padjen, dipl. ing.

Autor
Anđelko Marić, prof.

Recezentica
Ana Župić, prof.

Lektorica
Ana Horvat, prof.

Grafička urednica
Eleni Šakan

CIP dostupan u računalnom katalogu Nacionalne i
sveučilišne knjižnice u Zagrebu pod brojem 645622

ISBN 978-953-7087-56-2

Nakladnik
Alka script d.o.o.
Zagreb, Nehajska 42
tel. 01 30 135 30
fax. 01 36 643 14
e-mail: alka.script@zg.t-com.hr
www.alkascript.hr

Tisak
Tiskara Zelina d.o.o.

SADRŽAJ

1. Brojevi

1.1.

Izračunaj, bez postupnog zbrajanja i oduzimanja:

$1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + ... + 97 + 98 - 99 - 100.$

1.2.

Ispišimo sve dvoznamenkaste višekratnike broja 5. Ispred prvoga od njih stavimo znak +, ispred drugoga znak –, ispred trećega + i tako redom naizmjence + i –. Koliki je rezultat tako naznačene računske radnje? Izračunaj bez ispisivanja svih tih brojeva.

1.3.

Ispišimo redom prirodne brojeve od 1 do 1 000. Ispred prvih pet od tih brojeva stavimo znak –, ispred drugih pet znak + , ispred trećih pet znak – i tako redom naizmjence znakove – i +. Izračunaj rezultat tako naznačene računske radnje.

1.4.

Zamislimo da su napisani svi prirodni brojevi redom od 1 do 1 000 000. Ispred svakoga od prva četiri broja stavimo znak +, ispred svakog od druga četiri znak –, ispred sljedećih četiri znak + i tako stalno, naizmjence znakove + i – .

Kolika je vrijednost tako naznačenoga brojevnog izraza?

1.5.

Zadani su brojevi 327, 156, 483. Može li se promjenom predznaka jednog od tih brojeva postići da je zbroj novih brojeva jednak 0?

1.6.

Zadani su brojevi 327, 156 i 483. Može li se promjenom predznaka dvaju od tih brojeva postići da je zbroj novih brojeva jednak 0? (Treba uočiti da su zadani brojevi kao u prethodnom zadatku).

RJEŠENJA

1.1.

Treba uočiti pravilo oblikovanja članova zadanoga izraza. Redom su ispisani brojevi od 1 do 100. Prva dva člana su sa znakom +, druga dva sa znakom – i tako se stalno naizmjence mijenjaju znakovi + i –.

Zadani izraz napišimo ovako:

$(1 - 3) + (2 - 4) + (5 - 7) + (6 - 8) + ... + (97 - 99) + (98 - 100)$.

Utvrdimo dvije činjenice.

1) Ukupni je broj zagrada 50. To je zato jer je 100 brojeva podijeljeno u skupine po dva broja.
2) Svaka zagrada ima vrijednost $- 2$.

Zato je konačni rezultat $50 \cdot (- 2) = -100$.

1.2.

Dvoznamenkasti višekratnici broja 5 jesu: 10, 15, 20, ..., 90, 95. Napišemo li ih ovako: $2 \cdot 5$, $3 \cdot 5$, $4 \cdot 5$, ..., $18 \cdot 5$, $19 \cdot 5$, lako utvrdimo da ih ima ukupno 18.

Treba izračunati: $+ 10 - 15 + 20 - 25 + ... + 90 - 95$. Izraz možemo napisati i ovako:

$(10 - 15) + (20 - 25) + ... + (90 - 95)$.

Zaključujemo da ima devet zagrada jer je $18 : 2 = 9$ i da je vrijednost svake zagrade jednaka $- 5$.

Zato je traženi rezultat $9 \cdot (- 5) = - 45$.

1.3.

Treba izračunati: $- 1 - 2 - 3 - 4 - 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 - 11 - 12 - 13 - 14 - 15 + 16 + ... - 991 - 992 - 993 - 994 - 995 + 996 + 997 + 998 + 999 + 1000$. Ovaj izraz preoblikujmo ovako: $(- 1 + 6) + (- 2 + 7) + (- 3 + 8) + (- 4 + 9) + (- 5 + 10) + (- 11 + 16) + (- 12 + 17) + ... + (- 995 + 1000)$. Treba zapaziti dvije činjenice:

1) Ako bismo ispisali svoje brojeve bilo bi ukupno 500 zagrada. To je zato jer je ukupni broj brojeva 1 000, a u svakoj zagradi su po dva od tih brojeva.
2) Vrijednost svake zagrade jest 5.

Zato je rezultat jednak 500 · 5 = 2 500.

1.4.

Treba izračunati: 1 + 2 + 3 + 4 – 5 – 6 – 7 – 8 + 9 + 10 + 11 + 12 – 13 – 14 – 15 – 16 + ... + 999 993 + 999 994 + 999 995 + 999 996 – 999 997 – 999 998 – 999 999 – 1 000 000. Podijelimo ispisane brojeve u skupine po dva ovako:

(1 – 5) + (2 – 6) + (3 – 7) + (4 – 8) + (9 – 13) + (10 – 14) + (11 – 15) + (12 – 16) + ... + (999 995– – 999 999) + (999 996 – 1 000 000).

Broj je skupina (zagrada) 500 000, a vrijednost je svake zagrade – 4.

Zato je traženi rezultat: 500 000 · (– 4) = –2 000 000.

1.5.

To se može postići samo ako je zbroj dvaju od tih brojeva jednak trećem (najvećem) broju. U tom slučaju treba predznak promijeniti najvećem broju. Vrijedi 327 + 156 = 483.

Zato promjenom predznaka broja 483 dobijemo zbroj 327 + 156 + (– 483) = 483 – 483 = 0. Odgovor: može.

1.6.

Ako smo pozorno pročitali rješenje prethodnog zadatka, lako ćemo zaključiti da je to moguće. Sada treba predznake promijeniti dvama manjim brojevima.

Vrijedi: (– 327) + (– 156) + 483 = – 327 – 156 + 483 = – 483 + 483 = 0.

1.7.

Utvrdili smo da je to moguće samo ako je zbroj dvaju manjih od tih brojeva jednak trećem (najvećem) broju. U ovom je slučaju 4 634 + 7 238 = 11 872. Zbog toga odgovor glasi: ne može. (Neka vas ne zavede vizualna sličnost zapisa brojeva, 11 782 i 11 872).