

Nakladnički niz

ŠILOBOD

Anđelko Marić

PUT DO MATEMATIČKOG OLIMPA - 7

dodatna nastava i matematička natjecanja

Zbirka riješenih zadataka
za sedmi razred osnovne škole

Prvo izdanje
Zagreb, 2011.

Za izdavača
Đurđica Salamon, dipl. ing.

Autor
Anđelko Marić, prof.

Recezent
Drago Govorko, prof.

Lektorica
Jasminka Salamon, prof.

Grafička urednica
Eleni Šakan

CIP dostupan u računalnom katalogu Nacionalne i
sveučilišne knjižnice u Zagrebu pod brojem 765804

ISBN 978-953-294-082-4

Nakladnik
Alka script d.o.o.
Zagreb, Nehajska 42
tel. 01 30 135 30
fax 01 36 643 14
alka.script@zg.t-com.hr
www.alkascript.hr

Tisak
Tiskara Orbis, Zagreb

SADRŽAJ

Podsjetnik	7
1. Koordinatni sustav	19
Rješenja.....	39
2. Omjeri i razmjeri	75
Rješenja.....	97
3. Višekuti i kružnica	131
Rješenja.....	149
4. Jednadžbe	185
Rješenja.....	269
5. Razni zadatci	185
Rješenja.....	269

Koordinatni sustav na pravcu

1.1.

Oznaka za 16°C na kućnom toplomjeru od oznake za 0°C udaljena je 32 mm. Kolika je međusobna udaljenost oznaka:

- a) 22°C i 0°C , b) 28°C i 4°C , c) 33°C i 7°C , d) 17°C i -7°C , e) -5°C i 9°C ?

1.2.

Na brojevnom pravcu naznačeno je ishodište O i točka A . Odredi koordinatu točke B koja je od točke O jednako udaljena kao i točka A , ako je:

- a) $A(3)$, b) $A(7)$, c) $A(-3)$, d) $A\left(-\frac{7}{3}\right)$.

PITALICA

Koji luk nije na kružnici?
Slavoluk.

PITALICA

Iz kojih se tanjura ne jede?
Iz letećih tanjura.

1.3.

Na brojevnom pravcu naznačeno je ishodište O i točke A i B koje su jednako udaljene od O . Procijeni mjerenjem udaljenost $|AB|$, a zatim rezultat provjeri tako da udaljenost izračunaš po formuli, ako je:

- a) $A(5)$, b) $A(-4)$, c) $A(-7)$, d) $A\left(\frac{7}{2}\right)$, e) $A\left(-\frac{15}{4}\right)$.

1.4.

Na brojevnom pravcu nacrtane su točke: $A(3)$, $B(7)$ i $C(-1)$. Točke M , N i P jesu polovišta dužina \overline{AB} , \overline{BC} i \overline{CA} . Nacrtaj sliku i pomoću nje procijeni koordinate točaka M , N i P . Procijenjene rezultate provjeri izračunavajući koordinate pomoću odgovarajuće formule.

1.5.

Na brojevnom pravcu zadane su točke $M(2)$ i $N(5)$. Nacrtaj sliku.

- a) Odredi, procjenom i računom, točku P tako da je P polovište dužine \overline{MN} .
b) Odredi točku Q tako da je M polovište dužine \overline{QN} .

RJEŠENJA

Koordinatni sustav na pravcu

1.1.

Udaljenost za 16 °C iznosi 32 mm. Zato udaljenost za 1 °C iznosi $(32 \text{ mm}) : 16 = 2 \text{ mm}$.

a) Udaljenost za 22 °C iznosi $22 \cdot 2 \text{ mm} = 44 \text{ mm}$.

b) Razlika između 28 °C i 4 °C iznosi 24 °C. Zato je tražena udaljenost jednaka $24 \cdot 2 \text{ mm} = 48 \text{ mm}$.

c) $(33 - 7) \cdot 2 \text{ mm} = 26 \cdot 2 \text{ mm} = 52 \text{ mm}$.

d) $(17 - (-7)) \cdot 2 \text{ mm} = (17 + 7) \cdot 2 \text{ mm} = 24 \cdot 2 \text{ mm} = 48 \text{ mm}$.

e) $(9 - (-5)) \cdot 2 \text{ mm} = 28 \text{ mm}$.

1.2.

Na brojevnom pravcu postoje samo dvije točke koje su jednako udaljene od ishodišta. To su dvije točke sa suprotnim koordinatama. Zato je a) $B(-3)$, b) $B(-7)$, c) $B(3)$, d) $B\left(\frac{7}{3}\right)$.

1.3.

Za svaku od zadanih točaka A odredi koordinatu pripadne točke B postupkom kao u prethodnom zadatku. Lako procijenimo udaljenosti $d = |AB|$ i dobijemo:

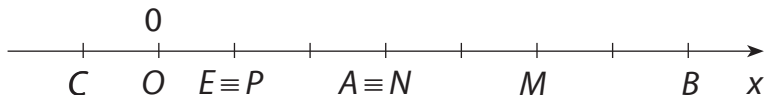
a) $d = 10$, b) $d = 8$, c) $d = 14$, d) $d = 7$, e) $d = 7.5$.

Po formuli računamo ovako:

a) $d = |-5 - 5| = |-10| = 10$, b) $d = |4 - (-4)| = |4 + 4| = |8| = 8$, c) $d = |7 - (-7)| = 14$,

d) $d = \left| -\frac{7}{2} - \frac{7}{2} \right| = \left| -\frac{14}{2} \right| = |-7| = 7$, e) $d = \left| \frac{15}{4} - \left(-\frac{15}{4} \right) \right| = \left| \frac{15}{4} + \frac{15}{4} \right| = \left| \frac{15}{2} \right| = \frac{15}{2} = 7.5$.

1.4.



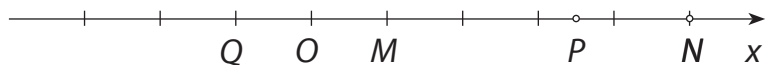
Sa slike procijenimo koordinate točaka: $M(5)$, točka N se podudara s točkom A , to jest $N(3)$ i $P(1)$.

Rezultate provjerimo računom i dobijemo:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + 7}{2} = \frac{10}{2} = 5, \text{ to jest } M(5). \quad x_N = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{7 + (-1)}{2} = \frac{7 - 1}{2} = \frac{6}{2} = 3, \quad x_N = 3, \quad N(3).$$

$$x_P = \frac{x_C + x_A}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = \frac{2}{2} = 1, \quad x_P = 1, \quad P(1).$$

1.5.



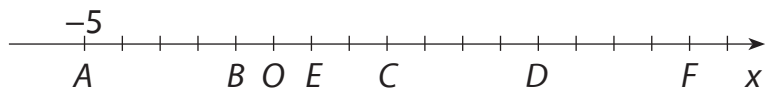
Na brojevnom pravcu nacrtamo zadane točke M i N . Zatim, prema zadanim uvjetima, nacrtamo točke P i Q . Procijenjene koordinate tih točaka jesu: $P = \left(\frac{7}{2}\right)$ i $Q(-1)$.

Zadatak riješimo računom ovako:

$$\text{a) } x_P = \frac{x_M + x_N}{2} + \frac{2 + 5}{2} = \frac{7}{2}, \quad P = \left(\frac{7}{2}\right)$$

$$\text{b) } x_M = \frac{x_Q + x_N}{2}, \quad 2 = \frac{x_Q + 5}{2}, \quad 2 \cdot 2 = x_Q + 5, \quad x_Q = -1, \quad Q(-1)$$

1.6.



Da bismo dužinu \overline{AF} podijelili na četiri dužine jednakih duljina, najprije nacrtamo točku C , koja je polovište dužine \overline{AF} , a zatim nacrtamo točke B i D , koje su polovišta dužina \overline{AC} , odnosno \overline{CF} . Sa slike vidimo da za nacrtane točke vrijedi: $B(-1)$, $C(3)$ i $D(7)$.